2) Calcule el número de puntos en común que presentan las gráficas de las siguientes funciones.

$$f(x) = \left|\sqrt{x^2} - 2\right| \;\; ; \; g(x) = 6 - \sqrt{x+9}$$

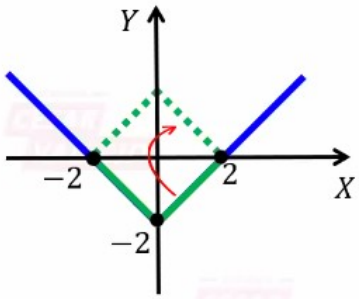
Resolución

Graficando las funciones $F(x)$

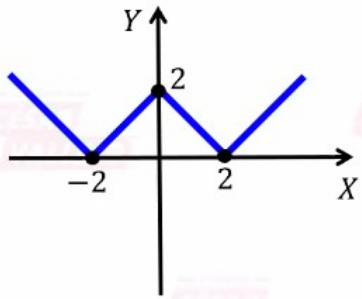
$$f(x) = \left|\sqrt{x^2} - 2\right| = |\,|x| - 2\,| = |F(x)|$$

Graficando tenemos

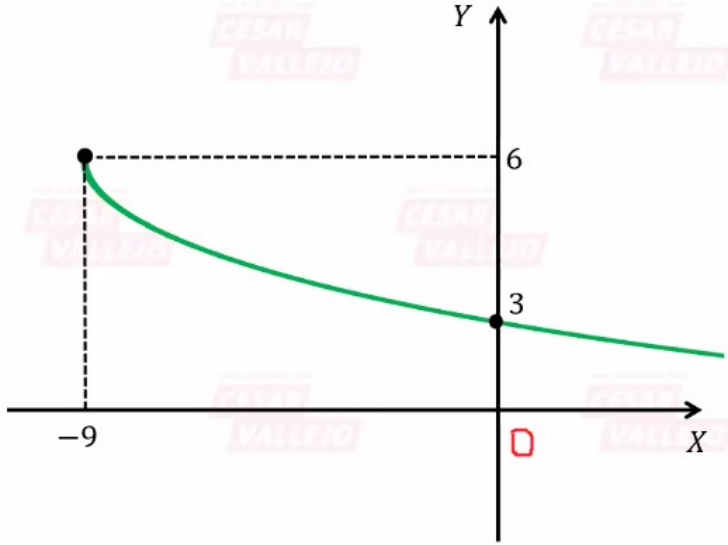
$F(x) = |x| - 2$



$f(x) = |F(x)|$



Además $g(x) = 6 - \sqrt{x+9} = -\sqrt{x+9} + 6 \rightarrow V = (-9, 6)$

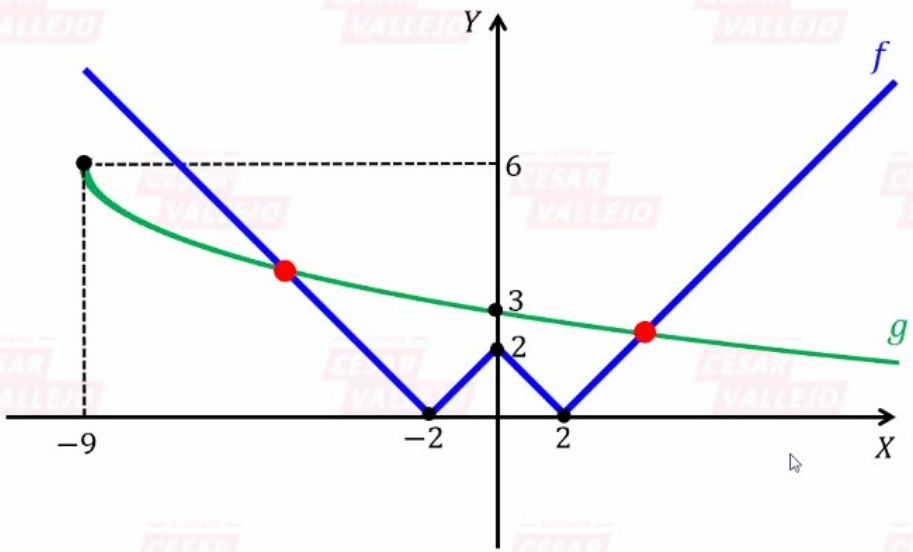


Grabando
CICLO REPASO UNI
Usted está viendo la pantalla de ALEX ANTONIO BRAVO ARAUJO
Ver Opciones

2) Calcule el número de puntos en común que presentan las gráficas de las siguientes funciones.

$$f(x) = \left|\sqrt{x^2} - 2\right| \quad ; \; g(x) = 6 - \sqrt{x+9}$$

Graficando las dos funciones tenemos



La cantidad de puntos comunes son 2

Rpta: 2

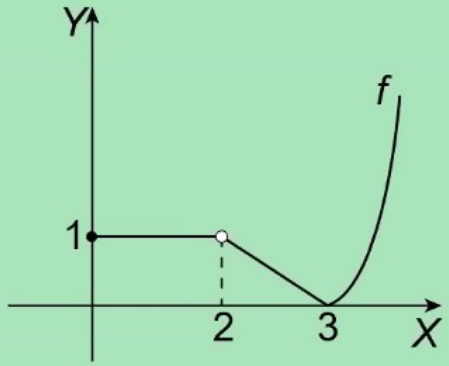
CLAVE: C

www.academiacesarvallejo.edu.pe
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

3) Sea la gráfica de la función f.



determine la gráfica de la función

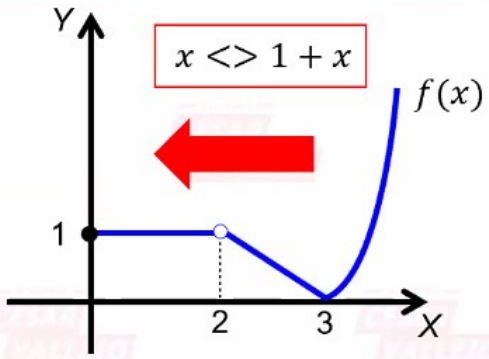
$$g(x) = f(1 - |x|)$$

Resolución

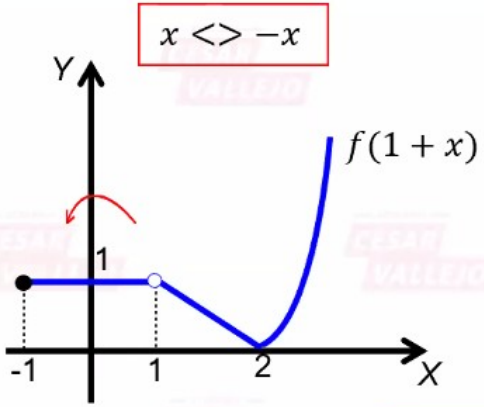
Realizamos cambios en las abscisas

$$f(x) \to f(1 + x) \to f(1 - x) \to f(1 - |x|)$$

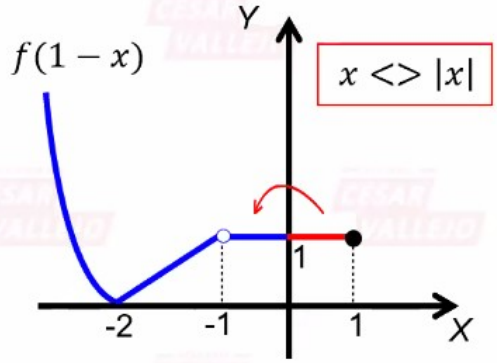
Tenemos



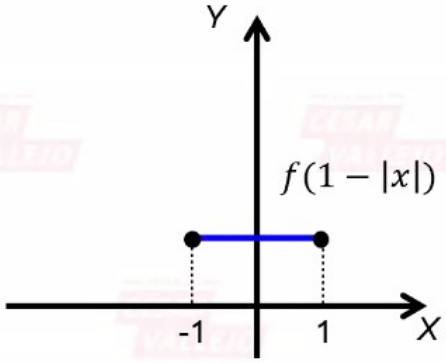
Se desplaza 1 a la izquierda



Simetría con el eje Y



Se refleja la parte derecha



CLAVE: C

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

4) Sean las funciones $g(x) = (x+1)^2; x \in \langle -1; 2\rangle$; $h(x) = \sqrt{x-2} - 1; x \in [5; +\infty\rangle$ determine goh

Resolución

Calculando el dominio de goh

$Dom(goh) = \{x / x \in Domh \wedge h(x) \in Domg\}$

$= \{x \in [5; +\infty\rangle \wedge h(x) \in \langle -1; 2\rangle\}$

$x \geq 5$ ... (I) $\wedge$ $\sqrt{x-2} - 1 \in \langle -1; 2\rangle$

$\rightarrow \quad -1 < \sqrt{x-2} - 1 < 2$ $\quad \downarrow +1$

$0 < \sqrt{x-2} < 3$ $\quad \downarrow (\,)^2$

$0 < x - 2 < 9$ $\quad \downarrow +2$

$2 < x < 11$ ... (II)

De (I) y (II), tenemos:

$Dom(goh) = [5; 11\rangle$

Calculando $(goh)(x)$

$(goh)(x) = g(h(x))$, tenemos: $g(x) = (x+1)^2$

$\rightarrow \quad g(h(x)) = (h(x) + 1)^2$, tenemos: $h(x) = \sqrt{x-2} - 1$

$\rightarrow \quad g(h(x)) = (\sqrt{x-2} - 1 + 1)^2 = x - 2$

Entonces

$(goh)(x) = x - 2$; $Dom(goh) = [5; 11\rangle$

CLAVE: B

5) Si $Domf \cap Domg \neq \emptyset$, indique la secuencia correcta de verdad (V)o falsedad (F).

I) Si f y g son funciones crecientes, entonces $f+g$ es creciente.

II) Si f y g son funciones crecientes positivas, entonces $f \times g$ es creciente.

III) Si f es creciente y positiva, entonces $\frac{1}{f(x)}$ es decreciente.

Resolución

I) Como f y g son crecientes, entonces

$si\ x_1 > x_2$

$$\leftrightarrow \begin{matrix} f(x_1) > f(x_2) \\ g(x_1) > g(x_2) \end{matrix} \Big| \ (+)$$

$$(f+g)(x_1) > (f+g)(x_2)$$

$\rightarrow$ $f+g$ es creciente **(V)**

II) f y g son crecientes positivas, entonces, si $x_1 > x_2$

$$\leftrightarrow \begin{matrix} f(x_1) > f(x_2) > 0 \\ g(x_1) > g(x_2) > 0 \end{matrix} \Big| \ (\times)$$

$$(f \times g)(x_1) > (f \times g)(x_2)$$

$\rightarrow$ $f \times g$ es creciente **(V)**

III) f es creciente positiva, entonces,

si $x_1 > x_2 \ \leftrightarrow \ f(x_1) > f(x_2) > 0$

invirtiendo $0 < \frac{1}{f(x_1)} < \frac{1}{f(x_2)}$

$\rightarrow$ $\frac{1}{f}$ es decreciente **(V)**

Rpta: VVV

6) Determine el rango de la siguiente función $h = \{(x;y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, y - 1 = |\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x}|\}$

$y = \sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} + 1$

Resolución

Calculando el dominio de h

- $x + 4 \geq 0 \quad \rightarrow \quad x \geq -4$
- $4 - x \geq 0 \quad \rightarrow \quad 4 \geq x$

$\rightarrow \quad Domh = [-4;4]$

Calculando el rango de h

Sabemos que: $MA \geq MG$

$$\rightarrow \quad \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq 0$$

$$\rightarrow \quad a + b \geq 2\sqrt{ab} \geq 0$$

$$2(a+b) \geq \underbrace{a + b + 2\sqrt{ab}}_{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} \geq a + b$$

Entonces, tenemos el lema

$$\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$$

Del problema tenemos

$$y - 1 = |\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x}|$$

$$y = |\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x}| + 1$$

Sea $a = x + 4 \;\wedge\; b = 4 - x$

$\rightarrow \quad a + b = 8 \;\wedge\; 2(a+b) = 16$

Por el lema, se cumple

$$\sqrt{\underbrace{2(a+b)}_{16}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{\underbrace{a+b}_{8}}$$

$$\rightarrow \quad 4 \geq \sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} \geq \sqrt{8}$$

Tomando valor absoluto

$$4 \geq |\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x}| \geq 2\sqrt{2}$$

Sumando 1, nos queda

$$5 \geq \underbrace{|\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x}| + 1}_{h(x)} \geq 2\sqrt{2} + 1$$

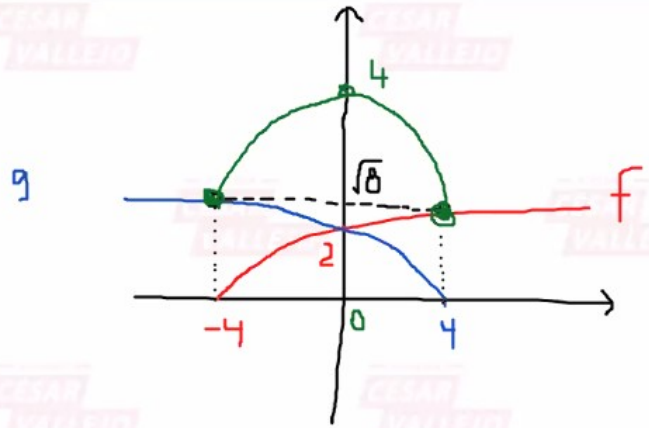
Por tanto

$$Ranh = [2\sqrt{2} + 1; 5]$$

CLAVE: E

6) Determine el rango de la siguiente función $h = \{(x;y) \in \mathbb{R}^2 \ / \ y - 1 = |\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x}|\}$

Resolución



$y = \underbrace{\sqrt{x+4}}_{f(x)} + \underbrace{\sqrt{4-x}}_{g(x)} + 1$

$x \in -x$

$\rightarrow \sqrt{8} \leq (f+g)_{(x)} \leq 4 \quad \downarrow +1$

$\rightarrow 2\sqrt{2}+1 \leq h(x) \leq 5$

Grabando
CICLO REPASO UNI
Usted está viendo la pantalla de ALEX ANTONIO BRAVO ARAUJO
Ver Opciones

7) Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto a las siguientes proposiciones. Considere las funciones bien definidas.

I) Si f es acotada, entonces fof es acotada **(V)**

II) $(f+g)oh = foh + goh$ **(V)**

III) $(f \times g)oh = (foh) \times (goh)$ **(V)**

IV) $fo(g+h) = (fog) + (foh)$ **(F)**

Resolución

I) Si f es acotada, entonces

$a < f(x) < b \; ; \; \forall x \in Domf$

$\rightarrow \; a < f(f(x)) < b$

$\rightarrow$ fof es acotada

II) Tenemos que

$(f+g)(m) = f(m) + g(m)$

Si $m = h(x)$ obtenemos

$(f+g)(h(x)) = f(h(x)) + g(h(x))$

$(f+g)o(h) = foh + goh$

III) Tenemos que

$(f \times g)(m) = f(m) \times g(m)$

Si $m = h(x)$ obtenemos

$(f \times g)(h(x)) = f(h(x)) \times g(h(x))$

$(f \times g)o(h) = foh \times goh$

IV) Si $f(x) = \sqrt{x} \; ; g(x) = x^3 \; ; h(x) = 2x$

$fo(g+h)(x) = f[g(x) + h(x)]$

$= f(x^3 + 2x) = \sqrt{x^3 + 2x}$

$(fog)(x) = f(g(x)) = f(x^3) = \sqrt{x^3}$

$(foh)(x) = f(h(x)) = f(2x) = \sqrt{2x}$

notamos que

$(fog)(x) + (foh)(x) = \sqrt{x^3} + \sqrt{2x}$

$fo(g+h)(x) = \sqrt{x^3 + 2x}$

$\rightarrow \; fo(g+h) \neq (fog) + (foh)$

$Rpta: VVVF$

CLAVE: D

www.academiacesarvallejo.edu.pe
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

8) ¿Cuáles de los siguientes enunciados son correctos?

I) Si f es creciente y g es decreciente, entonces $f+g$ es decreciente.

II) Si $f.g$ es creciente, entonces al menos una de las funciones involucradas es creciente.

III) Sea $f(x)=x^4+x+1$ y $h(x)=f(x)+f(-x)$, entonces h es par.

Resolución

I) Falso, $f(x)=x+1$ crece
$g(x)=-x$ decrece , pero
$(f+g)(x)=x+1-x=1$
esta función es constante y
no crece ni decrece

Si f crece y g decrece
NO NECESARIAMENTE
$f+g$ es decrecesciente

II) Falso, $(f.g)(x)=6^x$ crece
entre las opciones, puede ser
$f(x)=-2^x$; $g(x)=-3^x$
ambas funciones decrecen

Si $f.g$ es crecesciente
NO NECESARIAMENTE
$f;g$ es creciente

III) Verdadero,

$$f(x)=x^4+x+1$$
$$f(-x)=x^4-x+1 \quad \downarrow (+)$$
$$f(x)+f(-x)=2x^4+2=h(x)$$

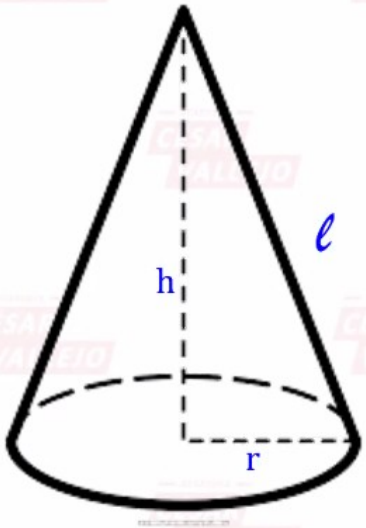
Como
$h(-x)=2(-x)^4+2=2x^4+2=h(x)$
$\rightarrow$ $h(-x)=h(x)$ así h es par

Rpta: Solo III

CLAVE: C

9) Sea V el volumen de un cono cuya generatriz es ℓ (valor fijo). Grafique la función que representa el volumen del cono en términos de su altura h. $\big(V(h)\big)$.

Resolución



Por teorema: $r^2 + h^2 = \ell^2$

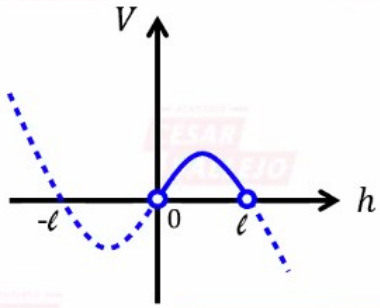
$\rightarrow$ $\boxed{r^2 = \ell^2 - h^2}$ ... (I)

El volumen del cono es:

$$V = \frac{1}{3}.\pi \boxed{r^2}\, h = \frac{1}{3}.\pi(\ell^2 - h^2).h$$

$$V = \frac{-1}{3}.\pi(h+\ell)(h-\ell).h = V(h)$$

como h y ℓ son positivos, la gráfica es



CLAVE: D

10) Indique la figura que mejor representa a la gráfica de la función $f(x) = \big||x||x-2|-1\big|$

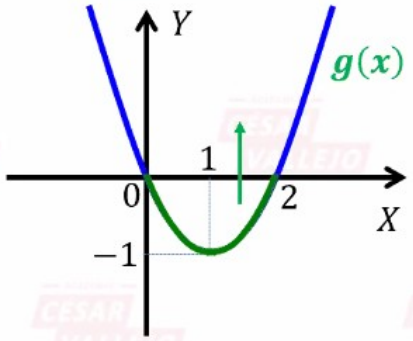
Resolución

Tenemos $f(x) = \big||x||x-2|-1\big|$

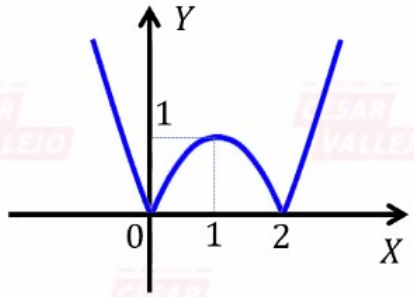
$$f(x) = \big||x^2-2x|-1\big| = \big||\underbrace{(x-1)^2-1}_{g(x)}|-1\big|$$

$$\rightarrow \quad f(x) = \big||g(x)|-1\big|$$

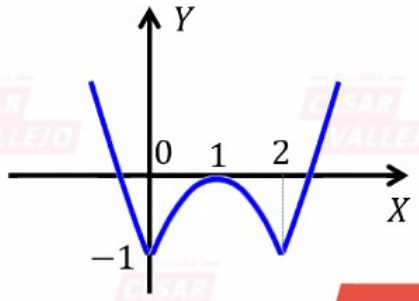
Graficando $g(x) = (x-1)^2 - 1$



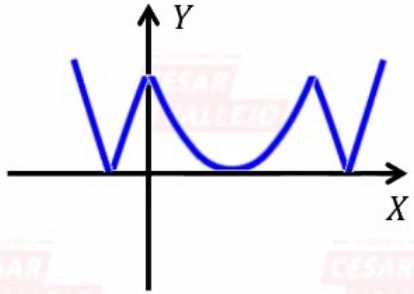
Graficando $|g(x)|$



Graficando $|g(x)| - 1$



Graficando $\big||g(x)|-1\big|$

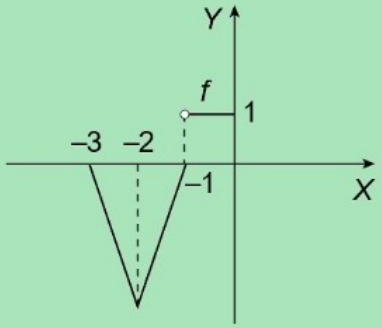


CLAVE: A

Grabando

CICLO REPASO UNI

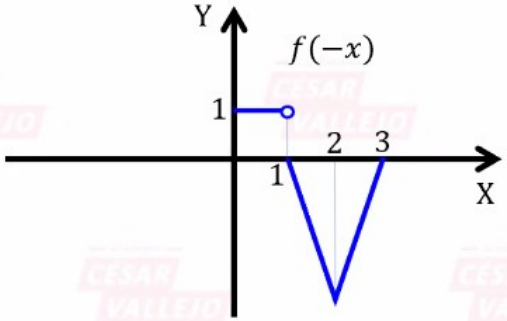
11) Dada la gráfica de $f(x)$



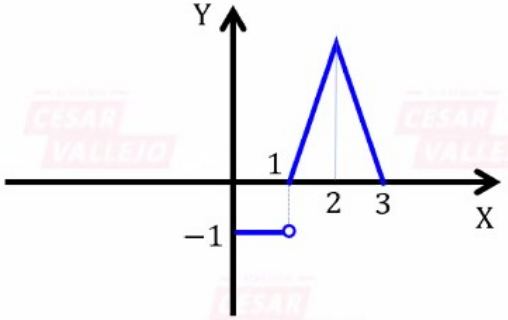
determine la gráfica de $g(x) = 1 - f(-x)$

Resolución

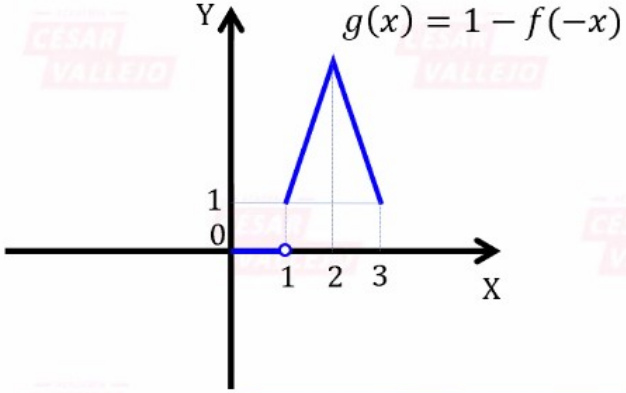
Graficando $f(-x)$ (reflexión con eje Y)



$-f(-x)$ (reflexión con eje X)



$1 - f(-x)$ (desplaza 1 arriba)



CLAVE: B

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

12) Calcule el rango de $g+h$ si $g(x)=\begin{cases} 2^x+x; x\in\langle -1;\ 3] \\ 2x-3; x\in\langle 3;8\rangle \end{cases}$; $h(x)=1-x; x\in\langle -2;\ 5]$

Resolución

Calculando el dominio de $g+h$

$Dom(g+h)=Domg\cap Domh$

$Dom(g+h)=\langle -1;8\rangle\cap\langle -2;\ 5]$

$\boxed{Dom(g+h)=\langle -1;\ 5]}$

Calculando $(g+h)(x)$

$$(g+h)(x)=\begin{cases} 2^x+\cancel{x}+1-\cancel{x}; x\in\langle -1;3] \\ 2x-3+1-x; x\in\langle 3;5] \end{cases}$$

$$\rightarrow (g+h)(x)=\begin{cases} 2^x+1; x\in\langle -1;3] \ \ldots (I) \\ x-2; x\in\langle 3;5] \quad \ldots (II) \end{cases}$$

En (I)

$x\in\langle -1;3] \rightarrow -1<x\leq 3$

$\rightarrow 2^{-1}<2^x\leq 2^3$

$\rightarrow \frac{3}{2}<2^x+1\leq 9$

$\rightarrow \boxed{Ran(I)=\left\langle\frac{3}{2};9\right]}$

En (II)

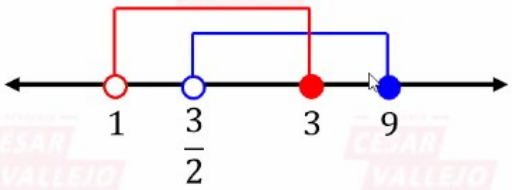
$x\in\langle 3;5] \rightarrow 3<x\leq 5$

$\rightarrow 1<x-2\leq 3$

$\rightarrow \boxed{Ran(II)=\langle 1;3]}$

Luego

$Ran(g+h)=Ran(I)\cup Ran(II)$



$\boxed{Ran(g+h)=\langle 1;9]}$

CLAVE: A